УДК 519.816

***Игорь КОВАЛЕНКО***
igor.kovalenko@nuos.edu.ua
***Екатерина АНТИПОВА***
rinaredka@gmail.com
***Сергей* БОРДУН**
г. Николаев

# ВЫБОР РЕШЕНИЙ НА МНОЖЕСТВЕ ЭКСПЕРТНЫХ СВИДЕТЕЛЬСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРАВИЛ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНФЛИКТОВ

*В процессе проведения экспертизы между суждениями экспертов могут возникать конфликтные ситуации, когда оценки двух и более независимых экспертных групп не пересекаются. Цель работы – рассмотреть возможность применения правил перераспределения конфликтов для выбора решений в условиях наличия неопределенностей, которые порождаются противоречивыми экспертными оценками. В работе приведено содержание правила перераспределения конфликтов (PCR5), а также рассмотрен пример его практического применения. При использовании этого правила достигается наиболее точное и корректное перераспределение частичных конфликтных масс уверенности, однако значительно усложняются расчетные процедуры.*

*Ключевые слова: конфликтные свидетельства, комбинирование уверенностей, конъюнктивный консенсус, правила PCR.*

При выборе альтернативных решений в условиях исследования слабоструктурированных и неструктурированных проблем широко применяются различные методы группового экспертного оценивания. При этом возникают задачи получения обобщенных экспертных оценок, которые могут быть положены в основу формирования рекомендаций для лица, принимающего решение (ЛПР). Однако, в процессе проведения экспертизы между суждениями экспертов могут возникать различные формы взаимодействия: они могут быть согласованными, совместимыми; могут произвольным образом объединяться и пересекаться; некоторые из оценок могут в значительной степени перекрываться и т.д. Особое место занимает ситуация, получившая название конфликтной, когда оценки двух и более независимых экспертных групп не пересекаются [5, 21]. Перечисленные факты несут в себе специфические неопределенности, которые невозможно промоделировать с использованием традиционных методов вероятностного вывода.

Для анализа таких неопределенностей в последние годы начинают широко применяться современные невероятностные методы, представленные теорией свидетельств (теория Демпстера-Шейфера) и ее модификация – теория правдоподобных и парадоксальных рассуждений (теория Дезера-Смарандаке) [2; 4; 7].

Базовым положением указанных теорий посвящен ряд работ [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7], в основе которых лежат процедуры построения правил комбинирования экспертных свидетельств (уверенностей).

При этом основной проблемой является обращение с конфликтами, под которыми понимаются ситуации, когда отдельные исходные фокальные элементы (выделенные подмножества или группы экспертных свидетельств) не пересекаются.

Главной причиной конфликтов между основными назначениями уверенностей является несогласованность отдельных групп экспертных свидетельств. К сожалению, ряд правил комбинирования уверенностей, основанных на конъюнктивном консенсусе, не учитывают степень пересечения исходных фокальных элементов [7, 179].

В работах [7, 57, 208; 8] даются сведения об отношении ряда методов комбинирования уверенностей к конфликтам. Так, например:

- правило комбинирования Демпстера вообще игнорирует комбинированные массы уверенностей для пустых пересечений исходных фокальных элементов, но использует эти массы уверенности в процессе нормирования результирующих масс уверенности для действенных фокальных элементов;

– свободное правило комбинирования Дезера-Смарандаке просто определяет комбинированные массы уверенности для всех возможных пересечений исходных фокальных элементов, не принимая во внимание природу этих пересечений;
– гибридное правило комбинирования Дезера-Смарандаке либо относит комбинированные конфликтные массы уверенности к различным видам незнания, либо перераспределяет их на действенные фокальные элементы.

Учет степени пересечения исходных фокальных элементов может быть осуществлен с помощью различных правил перераспределения конфликтов [3; 5; 7]: взвешенный оператор (ВО) [Weighted Operator (WO)], взвешенный усредненный оператор (ВУО) [Weighted Average Operator (WAO)], правила minC, PCR1, PCR2, PCR3, PCR4, PCR5 и др.

Цель работы – рассмотреть возможность применения правил перераспределения конфликтов для выбора решений в условиях наличия неопределенностей, которые порождаются противоречивыми экспертными свидетельствами (оценками).

Основная идея перечисленных правил заключается в перераспределении общей конфликтной массы уверенности между непустыми пересечениями исходных фокальных элементов. Каждое из правил включает выполнение следующей обобщенной последовательности процедур [7, 230]:
– расчет комбинированных масс уверенностей для непустых пересечений исходных фокальных элементов на основе конъюнктивного консенсуса;
– расчет комбинированных масс уверенности для непересекающихся фокальных элементов (частичные конфликты);
– пропорциональное перераспределение общей или частичных конфликтных масс на действенные фокальные элементы, являющиеся результатом непустых пересечений исходных фокальных элементов. Эта процедура выполняется специальным образом для каждого из правил PCR1-PCR5.

Наиболее мощным в плане точности результатов комбинирования уверенностей считается правило PCR5, поэтому приведем его содержание в соответствии с работой [7, 264–265].

Здесь предполагается, что имеется основа анализа, на которой выделены подмножества (фокальные элементы) $X$ и $Y$. На основе двух групп свидетельств назначены основные массы уверенности этим подмножествам: $m_1(X)$, $m_2(X)$, $m_1(Y)$, $m_2(Y)$. Предполагается далее, что подмножества $X$ и $Y$ вовлечены в частичный конфликт, то есть $X \cap Y = \phi$. Конфликтная масса уверенности может быть рассчитана стандартным образом:

$$m(X \cap Y) = m_1(X) * m_2(Y) + m_2(X) * m_1(Y).$$

В основе правила PCR5 лежит перераспределение долей конфликтной массы уверенности $m(X \cap Y): k_1 = m_1(X) * m_2(Y),\ k_2 = m_2(X) * m_1(Y)$. Доля $k_1$ перераспределяется на подмножествах $X$ и $Y$ пропорционально значениям основных масс уверенности $m_1(X)$ и $m_2(Y)$, доля $k_2$ перераспределяется пропорционально значениям $m_2(X)$ и $m_1(Y)$.

Для случая двух групп свидетельств комбинированная масса уверенности по правилу PCR5 рассчитывается по выражению:

$$m_{PCR5}(X) = m(X) + \sum \left[ \frac{m_1(X) * m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X) * m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right],$$

где $m(X)$ – комбинированная масса уверенности для подмножества $X$, рассчитанная на основе конъюнктивного консенсуса. Для иллюстрации практического применения правила PCR5 воспользуемся примером из работы [7, 265–267].

Пусть задана основа анализа $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ и назначены следующие основные массы уверенности:

$$m_1(\omega_1) = 0,4; \quad m_1(\omega_2) = 0,4; \quad m_1(\omega_1 \cup \omega_2) = 0,2;$$
$$m_2(\omega_1) = 0,3; \quad m_2(\omega_2) = 0,5; \quad m_2(\omega_1 \cup \omega_2) = 0,2.$$

Представим данные массы уверенности в виде следующих пересечений:

| | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_1 \cup \omega_2$ |
|---|---|---|---|
| $\omega_1$ | $\omega_1$ | $\omega_1 \cap \omega_2$ | $\omega_1 \cap (\omega_1 \cup \omega_2)$ |
| $\omega_2$ | $\omega_2 \cap \omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_2 \cap (\omega_1 \cup \omega_2)$ |
| $\omega_1 \cup \omega_2$ | $(\omega_1 \cup \omega_2) \cap \omega_1$ | $(\omega_1 \cup \omega_2) \cap \omega_2$ | $(\omega_1 \cup \omega_2) \cap (\omega_1 \cup \omega_2)$ |

Проведя ряд преобразований:

$$\omega_1 \cap \omega_2 = \phi; \omega_2 \cap \omega_1 = \phi;$$

$\omega_1 \cap (\omega_1 \cup \omega_2) = \omega_1; \omega_2 \cap (\omega_1 \cup \omega_2) = \omega_2$, получим конечный результат пересечений фокальных элементов.

| | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_1 \cup \omega_2$ |
|---|---|---|---|
| $\omega_1$ | $\omega_1$ | $\phi$ | $\omega_1$ |
| $\omega_2$ | $\phi$ | $\omega_2$ | $\omega_2$ |
| $\omega_1 \cup \omega_2$ | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $(\omega_1 \cup \omega_2) \cap (\omega_1 \cup \omega_2)$ |

Комбинируя стандартным образом основные массы уверенности для непустых пересечений исходных фокальных элементов, получим:

$$m(\omega_1) = m_1(\omega_1) * m_2(\omega_1) + m_1(\omega_1) * m_2(\omega_1 \cup \omega_2) + m_2(\omega_1) * m_1(\omega_1 \cup \omega_2) =$$
$$0,4*0,3 + 0,4*0,2 + 0,2*0,3 = 0,12 + 0,08 + 0,06 = 0,26;$$
$$m(\omega_2) = m_1(\omega_2) * m_2(\omega_2) + m_1(\omega_2) * m_2(\omega_1 \cup \omega_2) + m_2(\omega_2) * m_1(\omega_1 \cup \omega_2) =$$
$$0,4*0,5 + 0,4*0,2 + 0,2*0,5 = 0,2 + 0,08 + 0,1 = 0,38;$$
$$m(\omega_1 \cup \omega_2) = m_1(\omega_1 \cup \omega_2) * m_2(\omega_1 \cup \omega_2) = 0,2*0,2 = 0,04.$$

В данном примере подмножества $\omega_1$ и $\omega_2$ вовлечены в конфликт, поэтому конфликтная масса уверенности рассчитывается следующим образом:

$$m(\omega_1 \cap \omega_2) = m_1(\omega_1) * m_2(\omega_2) + m_1(\omega_2) * m_2(\omega_1) = 0,4*0,5 + 0,4*0,3 = 0,32.$$

Для упрощения дальнейших расчетов вводятся следующие обозначения:

$$m'(\omega_1 \cap \omega_2) = m_1(\omega_1) * m_2(\omega_2) = 0,4*0,5 = 0,20;$$
$$m''(\omega_1 \cap \omega_2) = m_1(\omega_2) * m_2(\omega_1) = 0,4*0,3 = 0,12;$$
$$m'(\omega_1 \cap \omega_2) + m''(\omega_1 \cap \omega_2) = m(\omega_1 \cap \omega_2).$$

На этой основе можно перераспределить долю $m'(\omega_1 \cap \omega_2)$ конфликтной массы уверенности $m(\omega_1 \cap \omega_2)$. Согласно правилу PCR5 некоторая часть этой доли должна быть отдана подмножеству $\omega_1$ (обозначим эту часть через $\alpha'$). Другая часть этой доли должна быть отдана подмножеству $\omega_2$ (обозначим эту часть через $\beta'$). Перераспределение доли конфликтной массы уверенности $m'(\omega_1 \cap \omega_2)$ на множества $\omega_1$ и $\omega_2$ должно быть произведено пропорционально основным массам уверенности $m_1(\omega_1)$ и $m_2(\omega_2)$. Исходя из этого, можно записать следующие соотношения:

$$\alpha' / m_1(\omega_1) = \beta' / m_2(\omega_2) = m'(\omega_1 \cap \omega_2) / (m_1(\omega_1) + m_2(\omega_2)).$$

Подставляя числовые значения, имеем:

$$\alpha' / 0,4 = \beta' / 0,5 = 0,20 / (0,4 + 0,5) \approx 0,222,$$

откуда $\alpha' = 0,0889$; $\beta' = 0,1111$.

Аналогическим образом перераспределим долю конфликтной массы уверенности $m''(\omega_1 \cap \omega_2)$. Обозначим через $\alpha''$ часть этой доли, которая должна быть отдана подмножеству $\omega_1$, через $\beta''$ обозначим часть этой доли, которая должна быть отдана подмножеству $\omega_2$. Отсюда имеем следующие соотношения:

$$\alpha'' / m_2(\omega_1) = \beta'' / m_1(\omega_2) = m''(\omega_1 \cap \omega_2) / (m_1(\omega_2) + m_2(\omega_1)).$$

Подставляя числовые значения, получим

$$\alpha'' / 0,3 = \beta'' / 0,4 = 0,12 / (0,4 + 0,3) \approx 0,1714,$$

отсюда $\alpha'' = 0,0514$; $\beta'' = 0,0686$.

Итоговые комбинированные массы уверенности для $\omega_1$ и $\omega_2$, с учетом перераспределения между ними конфликтной массы уверенности, примут следующий вид:

$$m_{PCR5}(\omega_1) = m(\omega_1) + \alpha' + \alpha'' = 0,26 + 0,0889 + 0,0514 = 0,4003;$$
$$m_{PCR5}(\omega_2) = m(\omega_2) + \beta' + \beta'' = 0,38 + 0,1111 + 0,0686 = 0,5597;$$
$$m_{PCR5}(\omega_1 \cup \omega_2) = m(\omega_1 \cup \omega_2) = 0,4.$$

Изложенные рассуждения позволяют сделать вывод о том, что первоначальный уровень поддержки (уверенности) экспертов относительно значимости подмножеств $\omega_1$ и $\omega_2$ на полной основе анализа $\Omega(m(\omega_1) = 0,26 \text{ и } m(\omega_2) = 0,38)$ в результате перераспределения конфликтов, не только сохранился, но стал еще более выраженным.

Следует отметить, что общим недостатком правила PCR5 является большой объем вычислений, особенно при большом числе групп свидетельств $m > 2$. Однако применение современных средств вычислительной техники и соответствующего программного обеспечения делают такой недостаток не столь существенным.

## Список использованной литературы


1. Beynon M. J. DS/AHP method; a mathematical analysis, including an understanding of uncertainty / M. J. Beynon // European Journal of Operational Research. — 2002. — vol. 140. — pp. 148—164.
2. Sentz K. Combination of evidence in Dempster-Shafer Theory [Virtual Resource] / Karl Sentz, Scott Ferson // Sandia National Laboratories. — 2002. — 96 p. — Access Mode: URL: prod.sandia.gov/techlib/access-control.cgi/2002/020835.pdf. — Title from Screen. — Date of Access: 29.02.2016.
3. Smarandache F. Proportional conflict redistribution rules for information fusion / Florentin Smarandache, Jean Dezert // American Research Press. — 2006. — Vol. 2. — PP. 61—103.
4. Smarandache F. Advances and applications of DSmT for information fusion / F. Smarandache, J. Dezert // Rehoboth: American Research Press. — 2006. — Vol. 1. — 461 p.
5. Smets Ph. Analyzing the combination of conflicting belief functions [Virtual Resource] / Philippe Smets // Universite´ Libre de Bruxelles. — 2005. — 31 March. — 39 p. — Access Mode: URL: iridia.ulb.ac.be/~psmets/Combi_Confl.pdf. — Title from Screen. — Date of Access: 29.02.2016.
6. Zhang L. Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence / Lianwen Zhang // John Wiley & Sons, Inc. — New York, 1994. — PP. 51—69.
7. Uzga-Rebrovs O. Nenoteiktiby parvaldisana / O. Uzga-Rebrovs. — Resekne: RA Izdevnieciba, 2010. — Vol. 3 — 560 pp.
8. Коваленко И. И. Экспертные технологии поддержки принятия решений : монография / И. И. Коваленко, А. В. Швед. — Николаев : Илион, 2013. — 216 с.



**Igor KOVALENKO, Kateryna ANTIPOVA, Sergiy BORDUN**
Mykolaiv


## DECISION-MAKING BASED ON EXPERTS' EVIDENCE USING CONFLICT REDISTRIBUTION RULES


*Conflicts may occur in the course of examination of experts' evidence when two or more independent sources of evidence are disjoint. The purpose of this work is to apply conflict redistribution rules for decision-making in conditions of uncertainty, generated by conflicting sources of evidence. The paper shows the body of proportional conflict redistribution rule (PCR5), and an example of its practical use. The idea of the rule is to*

*redistribute the partial conflicting mass proportionally on non-empty sets involved in the conflict. PCR5 is the most mathematically exact redistribution of conflicting mass to non-empty sets following the logic of the conjunctive rule. However, PCR5 consists of much more complicated calculation procedures.*

*Key words: conflicting evidence, combining beliefs, conjunctive consensus, PCR rules.*

**Ігор КОВАЛЕНКО, Катерина АНТІПОВА, Сергій БОРДУН**
м. Миколаїв

**ВИБІР РІШЕНЬ НА МНОЖИНІ ЕКСПЕРТНИХ СВІДОЦТВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ПРАВИЛ ПЕРЕРОЗПОДІЛУ КОНФЛІКТІВ**

*У процесі проведення експертизи між судженнями експертів можуть виникати конфліктні ситуації, коли оцінки двох і більше незалежних експертних груп не перетинаються. Мета роботи – розглянути можливість застосування правил перерозподілу конфліктів для вибору рішень в умовах наявності невизначеностей, які породжуються суперечливими експертними оцінками. У роботі наведено опис правила перерозподілу конфліктів (PCR5), а також розглянуто приклад його практичного застосування. Використання цього правила дозволяє отримати найбільш точний та коректний перерозподіл часткових конфліктних мас впевненості, однак значно ускладнює розрахункові процедури.*

*Ключові слова: конфліктні свідоцтва, комбінування переконань, кон'юнктивний консенсус, правила PCR.*

Стаття надійшла до редколегії 04.03.2016